

## プランク質量とプランク長

OKWaveのQ&Aより、プランク質量からプランク長を求める??

---

ほぼそのまま転載させていただく。

### 【質問】

次元解析でプランク質量からプランク長の導きかたが分かりません。プランク質量は定義がはっきりしているので求まります。プランク長をどのように求めますか。何か参考書はありますか。次元解析でプランク質量からプランク長を導く方法を教えてください。

---

### 【回答】

$c, G, \hbar$ などの基本定数を組み合わせて、自然を特徴づける基本的な長さを表すのがプランク長なのでしょうから、 $c, G, \hbar$ から長さ次元を構成すれば、直接に求めることはできます。

$l_p = c^x G^y \hbar^z$ とおくと

$$[L] = [LT^{-1}]^x [M^{-1}L^3T^{-2}]^y [ML^2T^{-1}]^z = [M^{-y+z}L^{x+3y+2z}T^{-x-2y-z}]$$

$$\therefore -y+z=0, \quad x+3y+2z=1, \quad -x-2y-z=0$$

連立方程式を解いて、 $x = -3/2, \quad y = z = 1/2$ を得ます。

ただし、プランク質量から・・・とされていますから、質量から長さを出すにはそれらを結ぶ関係が必要ですね？Wikipediaでは、

「プランク質量はコンプトン波長を $\pi$ で割ったものとシュヴァルツシルト半径とが一致する質量である。その長さはプランク長である。」

とありますので、プランク質量をもつ超ミニブラックホールの大きさがプランク長ということになります。すると、

$$l_p = \frac{2Gm_p}{c^2}$$

係数2は定数の定義として適当ではありませんからとってしまえば、プランク質量  $m_p$  を用いてプランク長を

$$l_p = \frac{Gm_p}{c^2}$$

と書けることになり、上の次元解析の結果に一致します。

---

### 【余談】

Wikipediaの次の記述がおもしろい。

「( $c, G, \hbar$ などの基本定数を1とおく)プランク単位系は物理学者によって『神の単位』と半ばユーモラスに言及される。自然単位系は人間中心的な自由裁量が除かれた単位系であり、一部の物理学者は地球外の知的生命体も同じ単位系を使用しているに違いないと信じている。」

単位系を知ることは、われわれの宇宙を知ることであり・・・と、思う。

---